Летња школа младих математичара

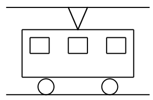
Гоч, 14.08.2012. год.

Логичко-комбинаторни задаци

Владимир Балтић, ФОН, Математичка гимназија, Београд

baltic@matf.bg.ac.rs

1. На коју страну (лево или десно) иде трамвај са слике?



2. (Кенгур 2007. за III–IV разред)
Дигитални сат показује време 20:07. Колико најмање времена треба да прође да би се на сату појавиле (у неком редоследу) те исте четири цифре?

3. Земљина лопта је прво опасана, по екватору, жицом дужине x метара. Након тога је опасана новом жицом дужине $x + 1$ метара који се налази свуда на истој висини изнад екватора. Да ли испод ове жице може да прође миш?

4. (Такмичење средњих економских школа Ваљево 2003., II разред; Пријемни за Економски у Београду 2003.)
Марко, његова сестра Марија, његова кћи Ана и његов син Андрија су играчи тениса. О њима се зна следеће:
(1) Близанац (или близнакиња) најбољег играча је супротног пола од најлошијег играча.
(2) Најбољи играч и најлошији играч су исте старости.
Ко је најбољи играч?

5. (Такмичење ср. економских школа Ваљево 2006., I разред; Општинско 2005. за IV разред А категорије)
Растојање између два места A и B је $3km$. У месту A има 100 ђака, а у месту B 50 ђака. На ком растојању од места A треба саградити школу, тако да укупан пут који сви ђаци прелазе у току једног дана буде најмањи?

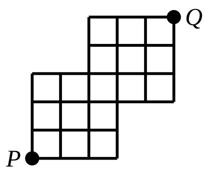
6. Мајка је старија од сина тачно 21 годину, а за 6 година ће бити 5 пута старија. Шта сада ради отац?

7. Пера и Драган су пријатељи који се нису дуго видели. Пера је рекао Драгану да има троје деце. Када га је Драган питао колико имају година, Пера је рекао да је збир њихових година једнак 13, а производ је једнак броју куће прекопута. Драган је рекао да то није довољно да одреди колико имају година. Пера се извинио и додао да дете које има највише година свира клавир.

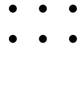
Драган је одредио колико година имају Перина деца. Да ли то можете и ви?

8. (Републичко 2006. за II разред А категорије)
Да ли постоје неподударни троуглови једнаких обима и површина?

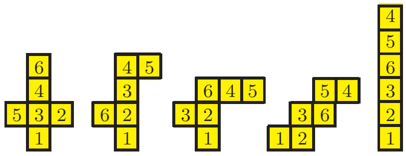
9. (Математископ VIII, бр. 3: Међународна олимпијада у Хонг Конгу, екипни део)
Колико има најкраћих путева између тачака P и Q ако се крећемо по страницама квадратне мреже?



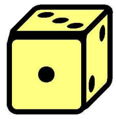
10. (Пријемни за VII разред у Математичкој гимназији, 2004.)
Колико има правоугаоника са теменима у датим тачкама? (И квадрат је правоугаоник!)



11. Код коцки за игру је збир наспрамних страна једнак 7. Која од наредих фигура (бројеви су уместо тачкица)



представља мрежу следеће коцке?



12. (Републичко 2006. за III разред Б категорије)

Две мреже коцке су еквивалентне ако једну од друге можемо добити коришћењем ротације и/или симетрије. Колико има нееквивалентних мрежа коцке?

13. (Општинско 2005. за IV разред А категорије)

На свечаној смотри поводом дана Војске СЦГ изабрано је из сваког од 4 различита рода (пешадија, артиљерија, ваздухопловство и морнарица) по 4 војника различитих чинова (по један десетар, водник, поручник и капетан). Помозите мајору, задуженом за прославу, који је добио наређење да тих 16 војника размести у строј облика квадрата, тако да у сваком реду и свакој колони буду смештена 4 војника из различитих родова и са различитим чиновима.

14. Први члан низа је број 1, а сваки следећи члан се добија тако што се претходном члану низа дода збир његових цифара. Да ли је број 1234567890 члан тога низа?

15. (Кенгур 2007. за VII–VIII разред)

Ако се одаберу три броја из дате табеле тако да се из сваког реда и сваке колоне узме један број, и ако се та три броја саберу, који се највећи резултат може добити?

1	2	3
4	5	6
7	8	9

16. Колико се највише скакача може поставити на шаховску плочу 8×8, тако да се никоја два међусобно не нападају?

17. (Градско 2011. за II разред А категорије)

Одредити минималан број коња који се могу поставити на шаховску таблу димензија 7×7 тако да свако поље табле буде тучено неким од њих.

18. (Градско 2005. за I разред)

Ана и Бранко су ставили неки број жетона на поља шаховске табле 8×8. Ана је записала бројеве жетона у свакој врсти, а Бранко бројеве жетона у свакој колони. Ана је записала све различите бројеве. Да ли је могуће да су сви Бранкови бројеви различити од Аниних?

19. Направити број 24 коришћењем основних математичких операција, заграда и бројева 1,3,4,6 (сваки мора да се употреби тачно једанпут).

20. (Савезно 2002. за I разред)

Да ли се правоугаоник димензија 2007×2009 може исећи на L-фигуре облика  ?

21. (Републичко БиХ 1990. за III и IV разред)

Дато је 2010 тачака у равни тако да сваке 3 од њих одређују тупоугли троугао. Доказати да је могуће додати још једну тачку, тако да опет сваке 3 од тих 2011 тачака чине тупоугли троугао.