PODRUŽNICA MATEMATIČARA KRALJEVO
ŠKOLA ZA MATEMATIČKE TALENTE

5. RAZRED

TEMA 1. – SKUPOVI I SKUPOVNE OPERACIJE

1. Dati su skupovi: A = { x | $x \in N$ i x<8 } i B = { y | $y \in N$ i 3<=y<=7}. Odrediti skupove: $A \cup B$; $A \cap B$; A/B; B/A; $(A/B) \cup (B/A)$; $(A \cup B)/(A \cap B)$.
2. Dati su skupovi: A = { a | $a \in N$ i a <= 7 }; B = { b | $b \in N$ i 4 < b < 9 } . Odredi elemente skupa C, ako je C = { c | $c \in N$ i c = a-b, $a \in A$ i $b \in B$ } .
3. Odrediti skup X ako je { 1,2,3 } $\cap$ X = {2,3 } i ako je X $\subset$ {2,3,4,5 }. Odrediti sva moguća rešenja.
4. Odrediti brojeve x i y ako je { 0,1,2,3,4 } $\cap$ { x,y,2,3,5 } = { 0,1,2,3 }.
5. Odrediti elemente skupa N ako je: M/N = { 6,8 }; P/N = {2,3 }; M $\cap$ P = Ø ;M $\cup$ N $\cup$ P = {x |x $\in$ N i x<10 }.
6. Neka je A = { 1,2,3,4 }; B = {1,3,5 } ;C = { 2,4,5,6}; D = { 1,5,6,7 }. Odrediti skup X ako je X $\subset$ A ; X $\cap$ (B $\cup$ D) = Ø; (A $\cap$ C) / X = { 2 } .
7. U kakvom su odnosu skupovi A i B ako je A $\cup$ B = A i A $\cap$ B = B?
8.Dati su skupovi: A = { a,b,c,d }, B ={ a,d,e,f }, C ={b,e,f,g }. Odrediti skup S tako da je:S $\subset$ A, (A $\cap$ B) / S = Ø, (A $\cap$ C) / S = Ø, { c } / S = { c } .
9.Neka je A $\cup$ B $\cup$ C = { 1,2,3,4,5,6}, (A $\cup$ B) $\cap$ C = { 1,4 }, B/C = { 2,5,6 }, C/A = Ø. Odrediti skupove A, B i C .
10. Dati su skupovi:A = { x | x $\in$ N i x <=7 }, B = {y | y $\in$ N i 5 < = y < 9 } , C = { z |z $\in$ N i 2<z<=6}. Odrediti (A $\cap$ B)/C.
11. Odrediti skup A takav da je za ma koji skup B ispunjena jednakost:(A/B) $\cap$ (B $\cup$ A) = A $\cap$ B.
12. Dati su skupovi:M = { a,b,c,d } i N = { a,c,e }. Odrediti skup X, ako je X $\subset$ M i N $\cap$ X=N.
13. Na pravoj p date su redom tačke A, B, C, D. Odrediti:(AC $\cap$ BD)/(AC/AB).
14. Na pravoj p date su redom tačke A, B, C i D. Odrediti:(AC/BD) $\cup$ (AC/BC) $\cup$ (AD/BD).
15. Koliko podskupova ima skup:{Ø, a, b}.

ZADACI ZA UVEŽBAVANJE

1. Odrediti elemente skupova A i B ako je A $\cup$ B = { a,b,c,d,e } i A/B = { a,b } i ako je A $\cap$ (B / A) = { c,e }.
2. Dati su skupovi:A = { a,b,c,d,e }, B = { a,d,f }, C = { b,e,f,g } i D = {a,f,g,h }. Odrediti skup S ako se zna:S $\subset$ A, S $\cap$ (B $\cup$ D) = Ø, (A $\cup$ C)/S = Ø i {c} / S = { c } .
3. Dati su skupovi:A = { x | x $\in$ N i x < = 7 } , B = { x | x $\in$ N i 5<=x<=6 } , C = { x | x $\in$ N , 5<x<8 }. Odrediti skup (B $\cap$ C)/A.

KONKURSNI ZADACI

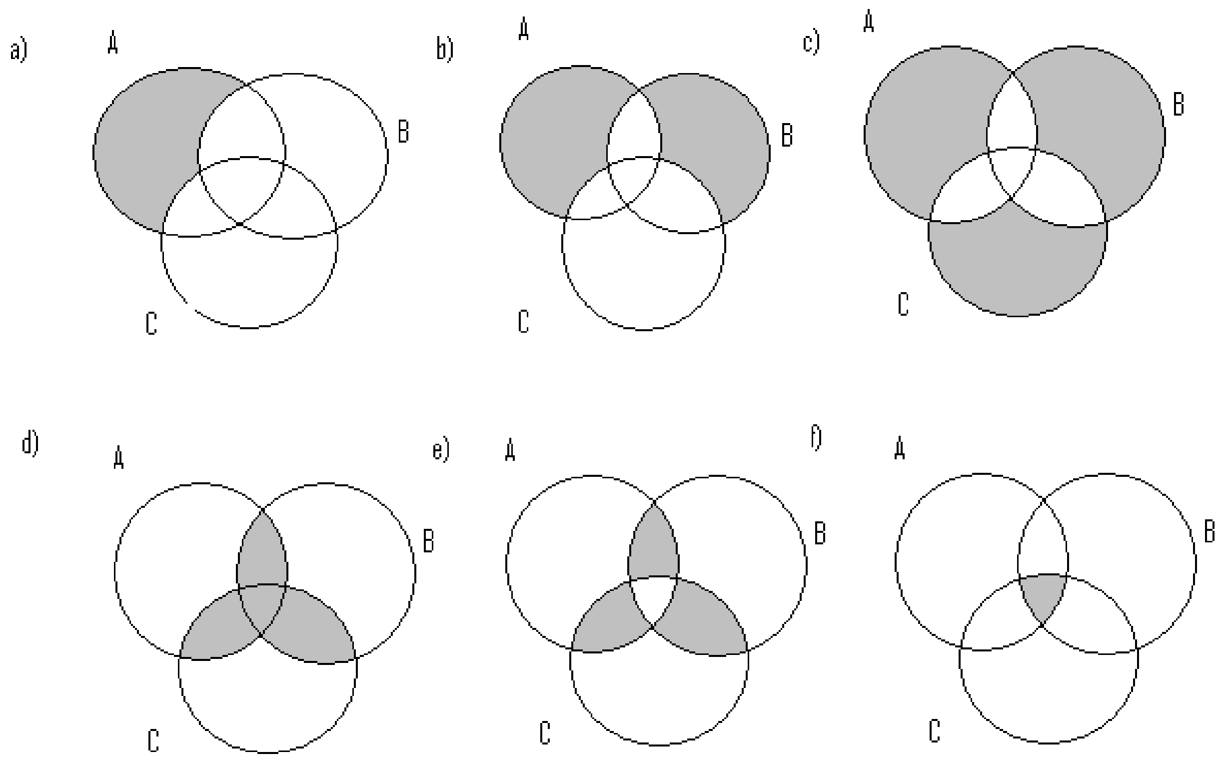
1. Neka je S = { 1,2,3,4,5,6,7,8,9,10 }. Postoje li takvi skupovi A i B za koje važi A $\cup$ B = S i A $\cap$ B= Ø, pri čemu su zbirovi elemenata skupova A i B jednaki.
2. U kakvim odnosima su skupovi A, B i C ako je: B/A = Ø, C/A = Ø i B/C = B.
3. Koliko podskupova ima skup S = {1, 2, 3, 4}?

PODRUŽNICA MATEMATIČARA KRALJEVO
ŠKOLA ZA MATEMATIČKE TALENTE

5. RAZRED

TEMA 2. – VENOVI DIJAGRAMI I PRIMENE

1. Osenčene skupove opisati preko skupovnih operacija:



2. U školi ima 60 nastavnika od kojih 39 pije kafu, 28 pije čaj a 16 pije i čaj i kafu. Ima li i koliko nastavnika koji ne piju ni čaj ni kafu?

3. Na pismenoj vežbi iz matematike postavljena su 3 zadatka. Svaki učenik rešio je bar jedan zadatak, a niko nije rešio treći zadatak. Prvi zadatak rešilo je 25 učenika, a drugi 27 učenika. Njih 20 je rešilo oba zadatka. Koliko ke učenika radilo vežbu? Koliko učenika je rešilo samo prvi zadatak?

4. U jednom preduzeću ima 35 radnika. Njih 20 govori strane jezike, a 11 zna stenografiju, a 10 ne zna ni jedno ni drugo. Koliko radnika zna i stenografiju i strane jezike?

5. Određeni broj učenika letovao je u Budvi, Baru i Ulcinju. Pri trome, 3 učenika je posetilo samo Bar, 6 sva tri mesta, 5 samo Budvu, 10 Bar i Ulcinj, 8 Bar i Budvu, 12 Ulcinj i Budvu, a 7 samo Ulcinj. Koliko je učenika letovalo? Koje mesto je bilo najviše, a koje najmanje posećeno?

6. U jednom odeljenju ima 32 učenika od kojih 13 čita “Kekec”, 16 “Neven”, a 11 “Poletarac”. Pri tome 3 učenika ne čitaju nijedan od ova tri lista. Od onih koji čitaju “Neven” njih 5 čita “Kekec”, a 4 čitaju i “Poletarac”. Samo jedan učenik čita sva tri lista. Koliko učenika iz tog odeljenja čitaju samo “Kekec” i “Poletarac”.
7. U jednom odeljenju 5. razreda ¾ učenika uzima “Dečije novine” ili “Matematički list”. “Dečije novine” uzima duplo više učenika nego “Matematički list”, a broj učenika koji uzimaju oba časopisa je 1/3 učenika koji čitaju “Matematički list”. Koliko učenika čita svaki od časopisa, a koliko oba, ako 8 učenika ne uzima ni jedan časopis?
8. Deset učenika je odgovaralo matematiku, biologiju i hemiju. Četvoro je odgovaralo biologiju, petoro hemiju, a šest učenika matematiku. Jedan od njih je odgovarao sva tri predmeta, a po dva učenika samo po jedan predmet. Koliko je učenika odgovaralo tačno dva predmeta?
9. U odeljenju koje ima 35 učenika svaki učenik obavezno uči bar jedan, ali najviše dva strana jezika: 18 učenika uči engleski, 16 ruski, a 13 nemački jezik. Pri tome 4 učenika uči engleski i nemački, 6 engleski i ruski. Koliko učenika uči samo jedan strani jezik, a koliko učenika uči i ruski i nemački jezik?
10. Na balkanskom kongresu matematičara svaki od 100 učesnika govori bar jedan od tri strana jezika: ruski govori 57 matematičara, ruski i francuski 28, engleski i francuski govori 34, a samo francuski 5; samo dva strana jezika govori 49 učesnika, a sva tri jezika govori 11 matematičara. Koliko učesnika govori francuski jezik, koliko samo engleski, a koliko ne govori francuski?
11. Svi učenici jednog odeljenja su članovi bar jedne od sekcija: košarkaške, recitatorske ili matematičke. U sve tri sekcije učlanjeno je 6 učenika; 6 učenika su članovi po dve sekcije, a po 6 učenika su članovi samo po jedne sekcije. Koliko učenika ima u tom odeljenju?
12. Od 70 učenika 5. razreda 27 su članovi dramske sekcije, 32 peva u horu, a 22 se bavi se bavi sportom. U dramskoj sekciji ima 16 članova hora, a u horu peva 6 sportista, dok je 8 sportista u dramskoj sekciji. Tri učenika su članovi sve tri sekcije. Koliko učenika nije ni u jednoj sekciji, a koliko učenika se bavi samo sportom?
13. Dvanaest učenika uči tri strana jezika. Svaki jezik uči po 8 učenika, a po dva jezika po dva učenika. Koliko jezika uče ostali učenici?
14. Na izlet je krenulo 60 učenika od kojih 2/3 pije koka-kolu, a 4/15 sok i koka-kolu. Koliko učenika pije samo sok?
15. U naselju ima 8 novih ulica. Električnu struju ima 6 ulica, kanalizaciju 4, a vodovod 6 ulica. Da li postoji ulica koja ima sve instalacije, ako se zna da poslednje tri ulice imaju samo po jednu od datih komunalnih potreba?

KONKURSNI ZADACI

1. Dati su skupovi A, B, C. Prikazati Venovim dijagramom sledeće skupove: a) $A \cup (B/C)$; b) $(A \cap B) \cup (B \cap C) \cup (C \cap A)$; c) $(A/B) \cup (B/C) \cup (C/A)$; d) $(A \cap (B/C)) \cup (A/(B \cap C))$.
2. Svaki učenik u odeljenju radi u bar jednoj sekciji: recitatorskoj, literarnoj ili matematičkoj. Poznato je da u svakoj sekciji ima isti broj učenika, a osim toga broj učenika koji rade u sve tri sekcije jednak je broju učenika koji rade u dve sekcije i jednak je broju učenika koji rade u po jednoj sekciji. Koliko je učenika u tom odeljenju, ako se zna da je njihov broj veći od 20, a manji od 40?
3. Na turističkom skupu svaki od učesnika govori bar jedan od tri strana jezika. Sva tri jezika govore 2 učesnika; 9 govori samo francuski i engleski, 13 francuski i ruski, 12 ruski i engleski, 29 samo engleski, 6 samo francuski jezik i 7 samo ruski jezik. Koliko ukupno ima učenika?

PODRUŽNICA MATEMATIČARA KRALJEVO
ŠKOLA ZA MATEMATIČKE TALENTE

5. RAZRED

TEMA 3. – LOGIČKO-KOMBINATORNI ZADACI

1. Svaka od tri devojčice odabrala je i napisala u svesku 10 različitih prirodnih brojeva. Zanimljivo je da su pri tome svake dve devojčice zapisale tačno 3 jednaka broja i nijedan broj nije zapisan u sve tri sveske. Koliko ukupno različitih brojeva se nalazi u sveskama?

2. Sud od 8 litara napunjen je benzinom. Kako ovaj benzin podeliti na dva jednaka dela koristeći samo dva prazna suda zapremine 3 litra i 5 litara?

3. U jednoj kovnici novca bilo je 400 zlatnih šipki. Od svake šipke se iskuje 10 dukata i preostane zlata toliko da se od preostatka od 20 šipki izlije jedna nova šipka. Koliko je ukupno iskovano dukata od 400 šipki?

4. Koliko pradedova imaju svi tvoji pradedovi?

5. Koliko nam najmanje tegova treba da bi na terazijama mogli izmeriti sve celobrojne težine od 1 do 13 kg? Kolika je težina svalog od tih tegova?

6. Kako se pomoću sudova od 3 i 5 litara sa česme može zahvatiti 6 litra vode?

7. U tri korpe nalazi se 12, 14 i 22 jabuke. Treba sa tri prebacivanja izjednačiti broj jabuka u korpama, pri čemu se iz jedne u drugu korpu može prebaciti tačno onoliko jabuka koliko u toj korpi već ima.

8. Rasporedi 10 tačaka na 5 duži tako da na svakoj bude po 4 tače.

9. Dva putnika kreću se brzinom od 6 km na sat jedan drugom u susret. Istovremeno sa nosa prvog od njih poleće muva, brzinom od 15 km na sat i kada dođe do drugoga vraća se prvom i tako sve do njihovog susreta. Koliko će rastojanje preći muva ako je početno rastojanje putnika bilo 72 km?

10. Četiri guske za 4 dana snesu 8 jaja. Koliko će jaja sneti 100 gusaka za 100 dana? Za koliko će dana 100 gusaka sneti 100 jaja? Koliko gusaka će za 100 dana sneti 400 jaja?

11. U jednoj godini ima 53 utorka. Koji je datum prve subote u januaru?

12. Nikola sa sinom i Petar sa sinom su bili na ribarenju. Nikola je ulovio ribe koliko i njegov sin, a Petar tri puta više nego njegov sin. Svi zajedno ulovili su 35 riba. Nikolin sin se zove Goran. Kako se zove Petrov sin?

13. U kutiji se nalazi 100 jednakih klikera koji se razlikuju samo po boji: 30 crvenih, 30 zelenih, 30 belih i 10 crnih. Koliko najmanje klikera treba uzeti da bi među njima bilo najmanje 5 klikera iste boje?

14. Boris, Dušan, Višnja i Milica sede u istoj klupi. Razredni starešina ne želi da Dušan i Boris sede jedan do drugoga da nebi pričali. Na koliko načina se mogu razmestiti ova četiri učenika?

15. Marko i Vlada su na pijaci kupili lubenice. Marko 3 kg, a Vlada 2 kg lubenice. Tada im se pridružio Saša i sva trojica zajedno pojedu svih 5 kg lubenice (svi su pojeli podjednak deo). Saša je platio 10 dinara. Kako će Marko i Vlada podeliti taj novac?

16. Kojom cifrom se završava proizvod 1995 sedmica?

17. Porodica Perić koju čine otac (85 kg), majka (65 kg), sin (50 kg) i kćerka (40 kg) treba da se čamcem prebaci preko reke. Kako to da urade ako je nosivost čamca tačno 100 kg?

18. U kutiji se nalaze 10 crvenih, 20 belih, 30 zelenih i 40 plavih kuglica. Koliko najmanje kuglica treba izvući da bi smo bili sigurni da smo izvukli najmanje 5 kuglica iste boje?

KONKURSNI ZADACI

1. Za koliko je zbir prvih 1995 parnih brojeva veći od zbira prvih 1995 neparnih brojeva?

2. Gubari su napali šumu i svakoga dana je bilo dva puta više zaraženog drveća nego prethodnog dana. Za koliko dana je bila zaražena četvrtina šume, ako je cela šuma bila zaražena posle 8 dana?

3. U ribnjaku se nalazi 25 gladnih štuka. Jedna štuka se zasiti kad pojede tri bilo gladne, bilo site štuke. Koliko je najviše moguće da u ribnjaku ostane štuka a da sve budu site?

PODRUŽNICA MATEMATIČARA KRALJEVO
ŠKOLA ZA MATEMATIČKE TALENTE

5. RAZRED

TEMA 4. – SKUPOVI TAČAKA

1. U prostoru su date 4 nekolinearne tačke. Koliko najviše pravih i koliko najviše ravni je određeno datim tačkama?
2. U jednoj zemlji postoji 100 aerodroma od kojih je svaki povezan redovnom linijom sa bilo kojim drugim. Koliko ima ukupno avionskih linija?
3. Na koliko delova dele ravan 3 prave? Nacrtaj sve moguće slučajeve.
4. Date su 4 prave od kojih se svake dve seku i od kojih nikoje tri ne prolaze kroz istu tačku. Koliko ima presečnih tačaka? Koliko je duži određeno presečnim tačkama? Na koliko je oblasti podeljena ravan datim pravama?
5. Koliko se najviše oblasti jedne ravni može dobiti ako se seku 5 pravih te ravni i to tako da se u jednoj tački seku najviše dve prave?
6. U ravni je dato 1996: a) paralelnih pravih; b) konkurentnih pravih. Na koliko je oblasti podeljena ravan datim sistemom pravih?
7. Dokazati da je duž konveksan skup tačaka.
8. Da li su unija i presek dva kvadrata koji pripadaju istoj ravni konveksni skupovi tačaka?
9. Nacrtaj skupove tačaka A i B tako da: a) A i B su konveksni i $A \cap B$ je konveksan skup; b) A i B su konveksni, a $A \cup B$ je nekonveksan skup tačaka; c) A i B su konveksni, a $A \cap B$ je nekonveksan skup; d) A i B su nekonveksni, a $A \cup B$ je konveksan skup.
10. Postoje li konveksni skupovi A i B takvi da je: a) $A \cup B$ nekonveksan, $A \setminus B$ konveksan skup; b) $A \cap B$ je konveksan, a $A \setminus B$ nekonveksan skup tačaka.
11. Postoje li konveksni skupovi tačaka A i B takvi da su njihova unija i njihov presek takođe konveksni skupovi tačaka?
12. Šta sve može biti presek jednog kružnog prstena i jedne prave?
13. Koje figure nastaju kao presek jednog trougla i jednog kvadrata?
14. Koliko je najviše ravni određeno sa 10 nekolinearnih tačaka?
15. Baštovan je u svom vrtu zasadio 19 ruža u 9 redova, tako da je u svakom redu imao po 5 ruža. Napravi skicu njegovog vrta?
16. Koliko dijagonala ima: a) petougao; b) trinaestougao?
17. Povlačeći 4 prave podeli dati krug na najveći mogući broj delova.

KONKURSNI ZADACI

1. Na telefonsku centralu je priključeno 99 telefona. Mogu ki se telefoni povezati tako da svaki od njih ima direktnu vezu sa 13 drugih telefona?
2. Šta sve može biti presek jednog oštrog ugla i kvadrata?
3. Na koliko ograničenih i koliko neograničenih oblasti dele ravan pet pravih ako se svake dve od njih međusobno presecaju?

PODRUŽNICA MATEMATIČARA KRALJEVO
ŠKOLA ZA MATEMATIČKE TALENTE

5. RAZRED

TEMA 5. – KRUG I PRAVA

1. Nacrtaj krug i pravu: a) koja ga seče; b) koja ga dodiruje; c) koja ga ne seče. Obeležiti i zapisati šta je presek datih skupova tačaka.
2. Konstruiši tangentu t u datoj tački M date kružnice k.
3. Najveće rastojanje date tačke A od kružnice je 5 cm, a najmanje 2 cm. Izračunaj poluprečnik te kružnice.
4. Konstruiši duž MN=3 cm. Konstruisati krugove k (M, r=3 cm) i k_1 (N, r=2 cm). Kroz tačke preseka datih kružnica konstruiši zajedničku sečicu i odredi njena centralna odstojanja d_1 i d_2.
5. Prava p normalna je na q, a presečna tačka je M. Odredi kružnicu koja prolazi kroz tačku M i dodiruje pravu q. Koliko ukupno rešenja ima?
6. Konstruiši nekoliko krugova koji dodiruju datu pravu p u datoj tački M. Koliko rešenja ima.
7. Date su tačke A i B. Konstruiši tačku C koja je jednako udaljena i od A i od B. Koliko rešenja ima zadati problem?
8. Date su tri kružnice poluprečnika 1 cm, 2 cm i 4 cm. Nacrtaj kružnice tako da sve tri kružnice imaju samo jednu zajedničku tačku P. Konstruiši sva moguća rešenja.
9. Date su dve paralelne prave a i b. Odrediti skup svih tačaka u ravni koje su podjednako udaljene od datih pravih. Odrediti skup svih krugova koji dodiruju date prave.
10. Date su tačke A i B. Konstruiši tačku C koja je od tačke A udaljena 3 cm, a od tačke B 4 cm.
11. Konstruiši koncentrične krugove čiji su poluprečnici 2 cm i 3 cm. Konstruiši onu tetivu većeg kruga koja dodiruje manji krug.
12. Date tačke A i B su presečne tačke date prave p i kruga k. Odrediti krug k ako je centralno odstojanje prave p jednako 2 cm.
13. Prave p i q su međusobno normalne i seku se u tački M. Konstruiši bar tri kruga koji sadrže tačku M i dodiruju pravu p. Kakav je međusobni položaj dobijenih krugova?
14. U kom su međusobnom položaju tangente kružnice konstruisane kroz krajnje tačke jednog prečnika kruga?
15. Konstruiši krug k (O, r=2 cm) i pravu p čije je centralno rastojanje: a) d=1 cm; b) d=2 cm; c) d=3 cm. Uporedi d i r. Odredi presek kruga i prave.

KONKURSNI ZADACI

1. Data je prava p i tačka M na njoj. Odrediti skup tačaka koje su za 3 cm udaljene od: a) tačke M; b) prave p; c) tačke M i prave p.
2. Dati su prava p i tačka M na rastojanju 5 cm od nje. Odredi u istoj ravni skup svih tačaka koje su od prave p udaljene 3 cm, a od tačke M 4 cm.
3. Data su dva koncentrična kruga. Odrediti pravu p koja preseca date krugove tako da je presek:
a) unija dve duži sa praznim presekom; b) unija dve duži sa nepraznim presekom; c) jedna duž; d) prazan skup tačaka.

PODRUŽNICA MATEMATIČARA KRALJEVO
ŠKOLA ZA MATEMATIČKE TALENTE
5. RAZRED

TEMA 6. – GRAFOVI

1. Za Kaću, Natašu i Milicu mama je ispekla tri kolača: sa sirom, višnjama i jabukama. Kaća ne jede ni kolač sa sirom ni sa jabukama; Nataša ne voli kolač sa jabukama. Ko će pojesti kolač?

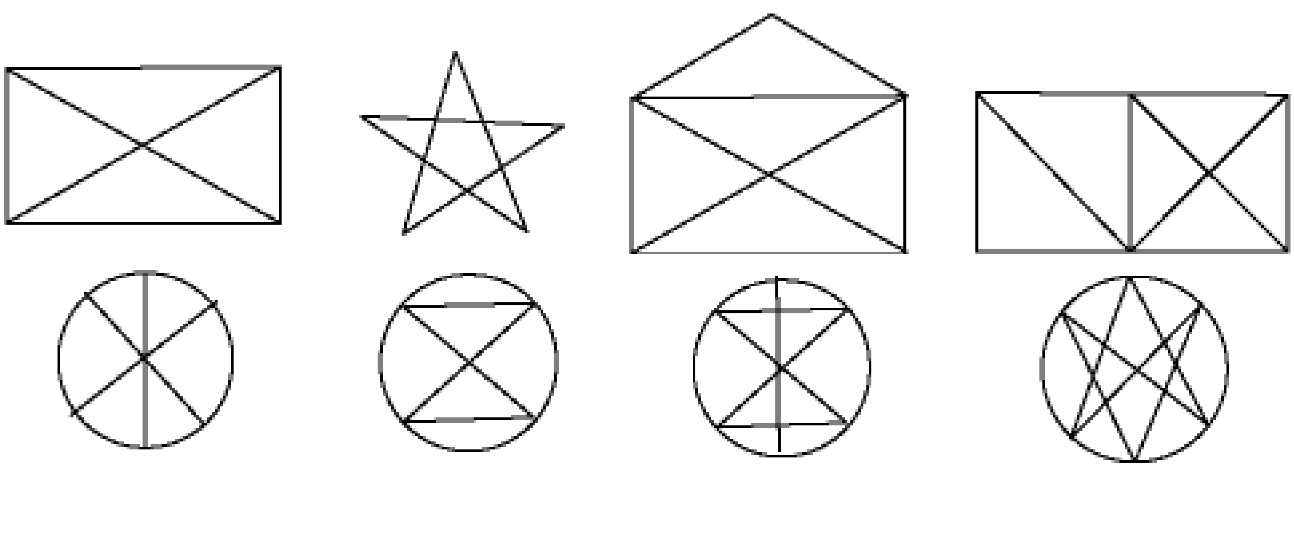
2. Tri prijatelja: Belić, Žutić i Crnković srela su se jednoga dana u gradu. Jedan od njih, crnokosi reče Beliću: «Čudno, sva trojica imamo različitu boju kose (belu, crnu i žutu), a nijednome od nas boja kose ne odgovara prezimenu». Koju boju kose ima svaki od prijatelja?

3. Tri nastavnika Ilić, Dikić i Vladić predaju hemiju, matematiku i biologiju u Beogradu, Novom Sadu i Kraljevu. O njima imamo sledeće podatke: Ilić ne živi u Beogradu, a Dikić ne živi u Novom Sadu. Beograđanin ne predaje matematiku. Onaj što živi u Novom Sadu predaje hemiju. Dikić ne predaje biologiju. Koji predmet i u kome gradu predaje svaki od tih nastavnika?

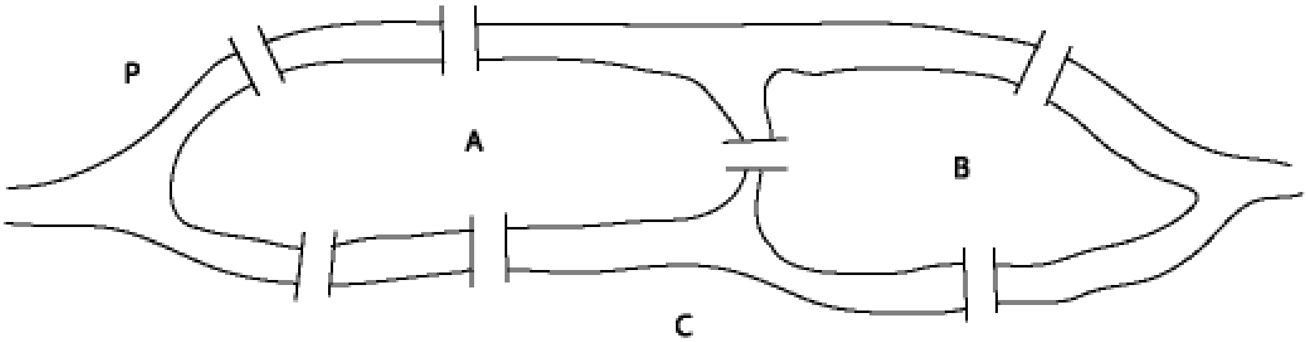
4. Šest gradova povezano je tako da svaki par gradova ima direktnu saobraćajnu vezu i to ili železničku ili autobusku (ali ne obe). Može li se sa sigurnošću tvrditit da postoje tri grada koji su međusobno povezana saobraćajnim vezama iste vrste?

5. Od tri automobila X, Y i Z jedan je crven, drugi je beo, a treći je plav. Odgovori koje je boje svaki automobil, ako je samo jedno od tvrđenja tačno: X je crven; Y nije crven; Z nije plav?

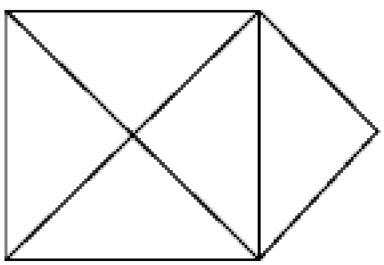
6. Koja se od figura na slici može nacrtati jednim potezom?

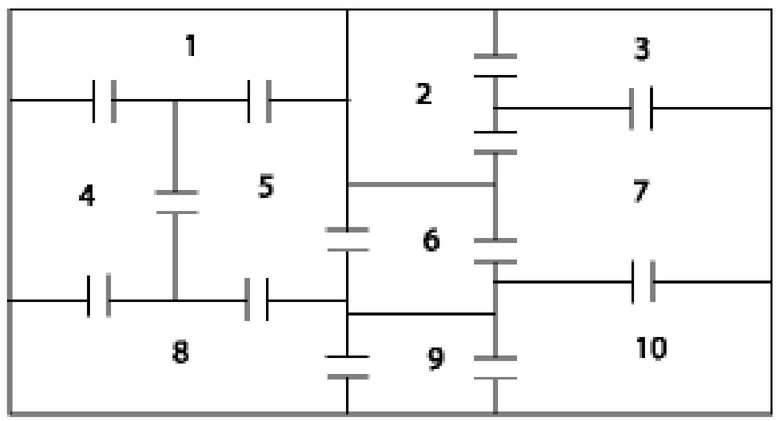


7. U parku P se nalazi jezero i tri ostrva A, B i C koja su međusobno povezana sa 7 mostova (kao na slici). Može li se poći iz nekog mesta u parku i preći svih 7 mostova, a da se pri tom preko svakog mosta pređe samo jednom?



8. U tački A (na slici) nalazi se garaža za automobile za čišćenje snega. Da li je moguće da mašina očisti sneg iz celog grada i da pri tom svakom ulicom prođe samo jednom?





9. Dat je plan lavirinta. Mogu li se polazeći iz sobe broj 1 obići sve sobe tako da se kroz svaka vrata prođe samo jedan put. U kojoj sobi bi se završio obilazak?

10. Dat je mnogougao sa n strana i konstruisane su sve njegove dijagonale. Za koje vrednosti n se dobijena figura može nacrtati jednim potezom?

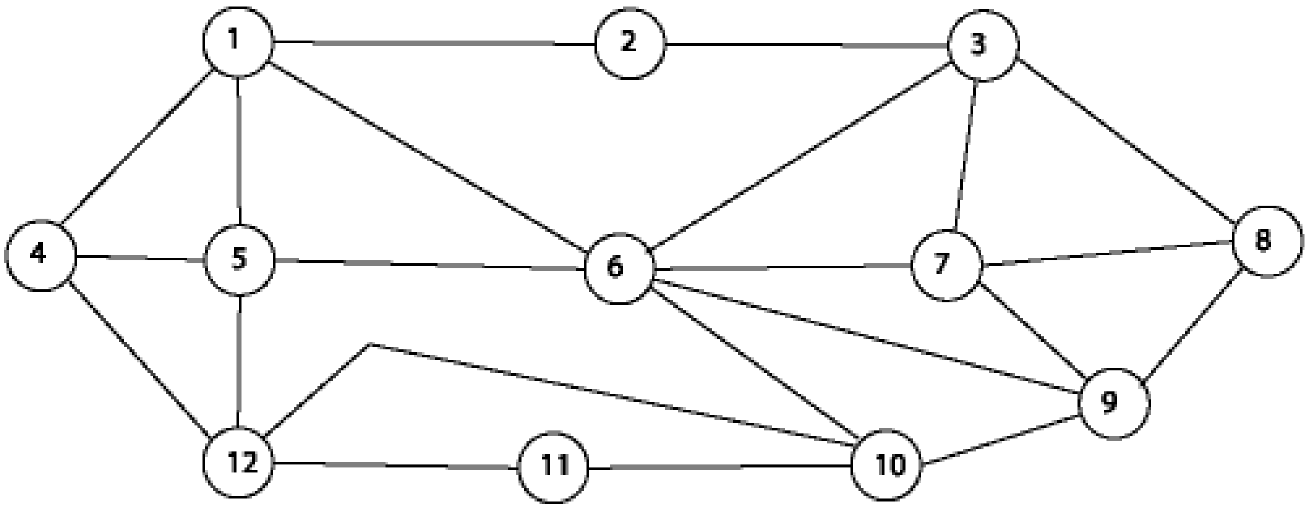
11. Tri devojčice: Ana, Biljana i Verica sakrile su u džep po jedan od tri predmeta: gumicu, olovku i prsten. Šta je koja devojčica sakrila, ako je samo jedno od tvrđenja tačno: Ana je sakrila gumicu; Biljana nije sakrila gumicu; Verica nije sakrila prsten?

12. Automobil krene iz mesta A i želi da prođe svim putevima koji spajaju gradove A, B, C, D i E i da pri tom ni jednim putem ne prođe dva puta, a da se pri tom vrati u A. Da li je to moguće?

13. Dokazati da se sve ulice u Beogradu mogu obići tako da se kroz svaku ulicu prođe tačno dva puta.

KONKURSNI ZADACI

1. Grupa učenika prihvatila se vodičke službe u Kraljevu. Vođa grupe je obeležio najznačajnije spomenike kulture u gradu. Da li je moguće proći sve spomenike, a da se svakom ulicom prođe samo jednom? Sa koje raskrsnice vodiči moraju krenuti?



2. Tri prijatelja Zoran, Mika i Vlada su profesori matematike, fizike i hemije u Kraljevu, Valjevu i Beogradu. Poznato je sledeće: Zoran ne radi u Beogradu, a Mika ne radi u Valjevu; Beograđanin ne predaje matematiku; Valjevac predaje fiziku, Mika ne predaje hemiju. Koje predmete i u kom gradu predaje svaki od njih?

3. Tri balerine Ana, Vera i Kaća igraju na školskoj priredbi. Jedna je u crvenoj, druga u beloj, a treća u plavoj haljini. Odrediti boju njihovih haljina, ako je samo jedno od sledećih tvrđenja tačno: Ana je u crvenoj haljini; Vera nije u crvenoj haljini; Kaća nije u plavoj haljini.

PODRUŽNICA MATEMATIČARA KRALJEVO
ŠKOLA ZA MATEMATIČKE TALENTE

5. RAZRED

TEMA 7. – MALA KOMBINATORIKA

1. Iz grada A u grad B vode 3 puta, a iz grada B u grad C vode 2 puta. Iz grada A u grad C može se stići jedino ako se ide kroz grad B. Na koliko različitih načina putnik može stići iz grada A u grad C?
2. Iz grada A u grad B vode 5 puteva, a iz grada B u grad C vode 3 puta. Iz grada A u grad C može se stići jedino ako se ide kroz grad B. Na koliko različitih načina putnik može stići iz grada A u grad C?
3. Iz grada A u grad B vode 3 puta, iz grada B u grad C 2 puta i iz grada C u grad D 4 puta. Na koliko načina se može stići iz A u D prolazeći kroz gradove B iC i bez vraćanja u grad u kome smo već bili?
4. Koliko se različitih trocifrenih brojeva može napisati ciframa: 1, 2, 3, 4, 5 ako se cifre: a) mogu ponavljati; b) ne mogu ponavljati.
5. Koliko se dvocifrenih brojeva može napisati ako cifra desetica može biti 1, 2, 3, 4, 5 a cifra jedinica 7, 8, 9?
6. Koliko različitih delilaca ima broj: a) 20; b) 36; c) 504?
7. Napisati sve kombinacije sa tri člana čiji su elementi samoglasnici.
8. Potrebno je napraviti značke u obliku trougla, kvadrata ili kruga, tako da na svakoj znački bude napisano slovo ćirilice i jedna cifra. Koliko se takvih (različitih) značaka može napraviti?
9. Koliko se četvorocifrenih brojeva deljivih sa 2 može napisati tako da cifra hiljada bude prost broj a cifra stotina neparan broj?
10. U nekim zemljama je običaj da se detetu daje nekoliko imena (može i jedno). Na koliko načina se može nazvati dete ako je ukupan broj imena koje dolaze u obzir 10 a dete dobija najviše 3 imena?
11. Na koliko se različitih načina može sastaviti spisak koji sadrži 7 učenika?
12. Dušan je slavio rođendan i pozvao drugove i drugarice. Svi gosti su se rukovali sa Dušanom i međusobno. Jedan od gostiju prebrojao je rukovanja i utvrdio da je bilo 120 rukovanja. Koliko je gostiju imao Dušan?
13. Koliko se različitih trouglova može dobiti spajanjem temena sedmougla?
14. Na vrh planine vode 5 puteva. Na koliko načina se može putem popeti na vrh i sići u podnožje: a) ako nije važan redosled povratka; b) ako se vraćamo putem kojim se nismo peli; c) ako se vraćamo putem kojim smo se peli.
15. Po dnevnom rasporedu danas su predviđeni sledeći časovi: engleski jezik, istorija, matematika, fizika i biologija. Na koliko različitih načina je moguće namestiti dnevni raspored ako je predviđen: a) 1 čas matematike; b) 2 časa matematike (u bloku); c) 2 časa matematike?
16. Koliko se različitih brojeva može napisati ciframa 1, 2, 3 i 4 ako se upotrebe neke od njih ili sve, a brojevi mogu biti najviše četvorocifreni.

KONKURSNI ZADACI

1. Potrebno je napraviti značke u obliku kruga na kojjima piše ili jedno slovo ćirirlice ili dva slova latinice. Koliko se takvih značaka može napravitit?
2. Koliko ima četvorocifrenih brojeva čija je prva cifra paran broj, druga cifra prost broj, treća cifra neparan, a četvrta složen broj?
3. Koliko se različitih trocifrenih brojeva može napisati ako se koriste cifre 0, 1, 2, 3, 4, 5 i ako se: a) cifre mogu ponavljati; b) cifre ne mogu ponavljati?

PODRUŽNICA MATEMATIČARA KRALJEVO
ŠKOLA ZA MATEMATIČKE TALENTE

5. RAZRED

TEMA 8. – UGAO

1. Izračunaj ugao α koji je 8 puta veći od svog: a) komplementnog ugla β; b) svog uporednog ugla γ.

2. Razlika dva suplementna ugla je 22°. Izračunaj u stepenima te uglove.

3. Dva ugla su komplementna. Izračunaj u stepenima zbir uglova koji su sa njima suplementni.

4. Jedan od unakrsnih uglova je osmina punog ugla. Koliki je njegov uporedni ugao?

5. Koji je ugao jednak trećini svog uporednog ugla?

6. Odrediti ugao α ako je on za 2/3 veći od odgovarajućeg suplementnog ugla β.

7. Izračunaj u stepenima komplementne uglove α i β ako je: a) α za 18° veći od β; b) α pet puta veći od β; c) α jednak polovini ugla β.

8. Zbir dva susedna ugla iznosi 8/9 pravog ugla, a jedna od njih je za četvrtinu pravog ugla veći od drugog. Izračunaj te uglove.

9. Izračunaj ugao $\angle cOd$ ako je:

a) $\angle aOd + \angle dOb + \angle bOc = 252^\circ$;

b) $\angle aOd + \angle bOc = \angle dOb$.

c) $\angle aOc + \angle bOd = 3(\angle aOd + \angle bOc)$

10. Petina ugla α jednaka je sedmini njemu suplementnog ugla β. Koliki je ugao γ koji je komplementan uglu α?

11. Izračunaj merne brojeve dva suplementna ugla ako je: a) ugao α za 26° veći od ugla β; b) ugao α 8 puta veći od ugla β.

12. Razlika dva uporedna ugla α i β jednaka je polovini oštrog ugla γ. Dokazati da je ugao komplementan sa β jednak četvrtini ugla γ.

13. Izračunaj ugao koji je: a) suplementan svojoj osmini; b) komplementan svojoj petini.

KONKURSNI ZADACI

1. Izračunaj dva suplementna ugla ako je merni broj jednog ugla jednak trećini mernog broja drugog ugla.

2. Ugao α je veći od svog komplementnog ugla tačno za onoliko za koliko je manji od svog suplementnog ugla. Izračunati ugao α.

3. Dati su suplementni uglovi α i β pri čemu je ugao suplementan sa α jednak uglu komplementnom sa β. Koliki su uglovi α i β u stepenima?

PODRUŽNICA MATEMATIČARA KRALJEVO
ŠKOLA ZA MATEMATIČKE TALENTE

5. RAZRED

TEMA 10. – ODABRANI ZADACI SA OPŠTINSKIH TAKMIČENJA MLADIH MATEMATIČARA

1(86). U četvorocifrenom broju *11* umesto zvezdica staviti odgovarajuće cifre tako da dobijeni broj bude deljiv sa 36. Odrediti sva moguća rešenja.
2(86). Zbir ugla α i njemu uporednih uglova je 312°. Odrediti ugao α i njemu uporedan ugao β.
3(86). Odrediti sve vrednosti prirodnog broja n tako da je ispunjena nejednakost: $1/3<n/12<3/4$.
4(86). Svih deset cifara su elementi nekog od skupova A, B i C. Odrediti skupove A, B, C ako su ispunjeni sledeći uslovi: $A \cap B \cap C = A \cap C = \{0,3\}$; $B \cap C = \{0,2,3\}$; $A \cap B = \{0,3,9\}$; $A \setminus B = \{4,5\}$ i $B \setminus A = \{1,2,7\}$.
5(86). Oko okruglog stola treba rasporediti tročlane porodice (muž, žena i dete) tako da budu ispunjeni sledeći uslovi: a) Na krajevima istog prečnika (dijametralno suprotno) sede ili dva muža ili dve žene ili dva deteta; b) Članovi svake porodice sede jedna do drugoga (na tri susedne stolice); c) Dve osobe istog pola (dve muške ili dve ženske osobe) ne mogu sedeti jedna do druge. Nacrtati traženi raspored sa najmanjim brojem osoba.

6(87). Umesto zvezdica u broju 523** napiši odgovarajuće cifre tako da dobijeni broj pri deljenju sa 7, 8 i 9 daje ostatak 6.
7(87). Povlačeći 4 prave podeliti dati krug na najveći mogući broj delova.
8(87). Odrediti sve proste brojeve p za koje je tačna nejednakost: $8/63<1/p<2/5$.
9(87). Odrediti sve prirodne brojeve čiji je proizvod cifara jednak 528.
10(87). Ugao x veći je od svog suplementnog ugla y za toliko za koliko je ugao y veći od svog komplementnog ugla z. Odrediti uglove x, y i z.

11(88). Dat je skup A koga čine svi delioci broja 6. Odrediti skup B u koji funkcija $f(x)=2x+1988$ preslikava skup A. Traženo preslikavanje prikazati dijagramom.
12(88). Razlika dva uporedna ugla je 4/7 većeg ugla. Odrediti tražene uporedne uglove.
13(88). Vlada i Laza treba da podele 816 dinara. Kada Vlada potroši 3/5 svog dela, a Laza 3/7 svoga dela, ostanu im jednake sume novca. Koliko novca je dobio svako od njih pri toj podeli.
14(88). Dušan, učenik osnovne škole množio je na svom računaru sledeće brojeve: broj svojih godina, broj razreda u koji ide, broj godina svoje majke i još jedan trocifreni prirodni broj. Krajnji rezultat je bio 333 333. Koliko godina ima Dušan, a koliko njegova majka?
15(88). Dat je niz brojeva 5, a, b, c, d, e, f, 6, g, h. Odrediti nepoznate brojeve tako da zbir svaka tri uzastopna člana niza bude 15.

16(89). Odrediti nepoznatu cifru x, ako se zna da je količnik broja 32x6 i 56 ceo broj.
17(89). Putnik je prvog dana prešao 3/8 predviđenog puta, drugog dana 5/12 predviđenog puta, a trećeg dana 45 km više od 1/6 predviđenog puta i tako stigao do cilja. Kolika je dužina tog puta?
18(89). Dve prave se seku u tački S i obrazuju četiri ugla. Zbir unakrsnih oštrih uglova iznosi 2/11 jednog od tupih uglova. Odrediti merne brojeve svakog od ta četiri ugla.

19(89). Kakav sve mnogougao (trougao, četvorougao, ...) se može dobiti kao razlika skupova tačaka dvaju oštrouglih trouglova? U obzir uzeti i konveksne i nekonveksne mnogouglove i svaki mogući slučaj ilustrovati odgovarajućim crtežom.
20(89). Lanac je pokidan na 5 delova, tako da u svakom delu imaju 3 alke. Koliko najmanje alki se mora iskovati i ponovo sastaviti da bi se od pet datih delova mogao sastaviti lanac koji će imati dva slobodna kraja?

21(90). Koji prirodni broj a ($100<a<200$) pri deljenju sa 2, 3, 4, 5 daje ostatke redom 1, 2, 3 i 4?
22(90). Dokazati da je zbir prvih 1000 prirodnih brojeva deljiv sa 77.
23(90). Raspolažemo sa dva peščana sata. Kod prvog, sav pesak iscuri iz jedne polovine u drugu za ravno 25 minuta, a kod drugog za 20 minuta. Kako ćemo pomoću ova dva peščana sata najjednostavnije izmeriti vreme od 30 minuta?
24(90). Nađi zbir dva ugla koji su suplementni sa dva komplementna ugla.
25(90). Date su prave a i b tako da je $a \| b$. Na pravoj a date su tačke A, B, C i D, a na pravoj b tačke E, F i G. Koliko je konveksnih četvorouglova određeno tim tačkama.

26(91). Odrediti razlomak jednak 7/13 kod koga je zbir brojioca i imenioca jednak 140.
27(91). Napisati broj 1 000 000 kao proizvod dva prirodna broja u čijem se dekadnom zapisu ne pojavljuje ni jedna nula.
28(91). Oštar ugao α i šestina njemu uporednog ugla su komplementni uglovi. Izračunati ugao α.
29(91). Kvadrat čija je stranica 6 cm podeljen je na kvadratne centimetre. Koliko se duži, a koliko kvadrata može uočiti na tako dobijenoj slici?
30(91). Pomoću vage treba izmeriti sve celobrojne težine od 1 do 13 kg. Koliko nam je najmanje tegova za to potrebno?

31(92). Dati su skupovi A, B i C Veneovim dijagramom. Predstavi osenčeni skup primenjujući operacije $\cup$, $\cap$ i \ na skupove A, B i C.
32(92). Sud i voda u njemu su teški 1 kg. Ako se odlije 2/7 tečnosti ukupna težina se smanji za 1/4. Izračunati težinu suda.
33(92). Iz kvadrata ABCD je isečena njegova četvrtina. Preostalu figuru podeli na četiri podudarna dela.
34(92). Odrediti sve proste brojeve p koji zadovoljavaju nejednačinu $3/16<5/p<2/7$.
35(92). Četiri prave jedne ravni seku se u jednoj tački i čine redom uglove 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7 i 8. Ako je $\angle 1 = 23^\circ 15'$, $\angle 3 = 66^\circ 45'$ i $\angle 6 = 43^\circ 30'$, izračunaj ostale uglove.

36(93). Napiši bar pet racionalnih brojeva većih od 3/4, a manjih od 4/5.
37(93). U parku su se susrela tri druga: profesor Belić, pisac Crnković i lekar Žutić. "Zanimljivo, jedan od nas je crnokos, drugi ima belu, a treći ima žutu kosu, ali nijedan od nas nema boju kose na koju ukazuje njegovo prezime" – reče crnokosi. "U pravu si" – složi se Belić. Koju boju kose iam svaki od njih?
38(93). Odrediti broj koji podeljen sa 143 daje ostatak 132, a podeljen sa 144 daje isti količnik i ostatak 108.
39(93). Odredi elemente skupova A, B i C ako važe jednakosti: $A \cup B \cup C = \{ 1, 2, 3, 4, 5, 6 \}$; $(A \cap C) \cup (B \cap C) = \emptyset$; $A \setminus B = \{ 1, 3, 5\}$; $C \setminus B = \{ 2, 4 \}$; $(A \cap B) \setminus C = \{ 6 \}$.
40(93). Razlika ugla α i njemu uporednog ugla ß je 36˚. Izračunati ugao γ koji je komplementan uglu ß.
41(94). Šta je veće: 1/181 ili 11/1994?
42(94). Koliko podskupova ima skup $A=\{ 1, 2, 3, 4 \}$?

43(94). Ugao α je suplementan sa uglom ß a komplementan sa trećinom ugla ß. Odrediti uglove α i ß.